



# **Introduzione alle trasformazioni tra Sistemi di Riferimento**

**Domenico Sguerso**

*domenico.sguerso@unige.it*

**Laboratorio di Geodesia, Geomatica e GIS  
DICAT**

**Università degli Studi di Genova**

***SERVIZIO REGIONALE DI POSIZIONAMENTO GNSS***

**Sintesi di:**

***Sistemi di coordinate***

***Sistemi di riferimento***

***Principali reti GNSS***

***Alcune realizzazioni di SR***

***Trasformazioni tra SR***

# Obiettivi

## si vuole determinare la posizione di punti sulla superficie terrestre

Eseguendo misure sulla superficie terrestre si vuole ricavare la posizione dei punti oggetto di rilievo.

Il problema non è banale sia per:

- dimensioni della Terra;
- la Terra non è un corpo rigido;
- misure eseguite da persone diverse, in tempi diversi e in punti diversi della superficie terrestre.

Qualsiasi tipo di misura che si può effettuare permette di ottenere solo ed unicamente *posizioni relative di punti*

Si devono quindi valutare i gradi di libertà del sistema considerato e bloccare alcune direzioni in modo tale da ottenere **le posizioni assolute** (attraverso etichette o coordinate che identifichino univocamente il punto)

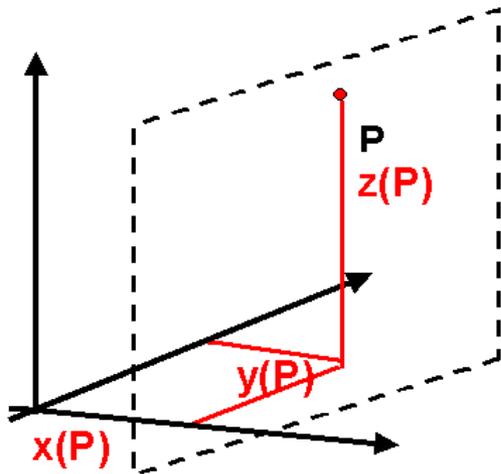
## Si affronteranno:

- ➔ - coordinate cartesiane, ellissoidiche, altimetriche e temporali e trasformazioni tra sistemi di coordinate (cenni)
- definizione e "realizzazione" dei sistemi di riferimento
- principali reti GNSS
- principali Sistemi di Riferimento
- cenno alle trasformazioni tra sistemi di riferimento



# Sistemi di coordinate

## Esempio 1



se fisso 3 assi  $X, Y, Z$

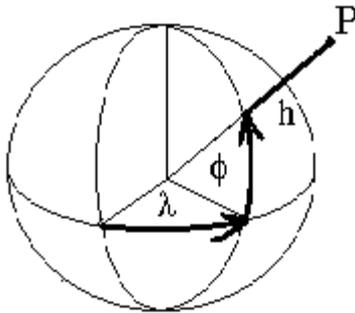
se ho una regola per la rappresentazione delle proiezioni ortogonali



definisco un sistema di *coordinate cartesiane*

regolari in tutto lo spazio,  
prive di singolarità

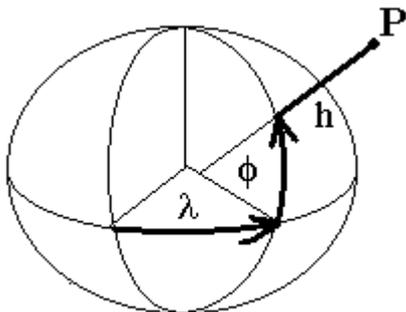
## Esempio 2



- se fisso una sfera di raggio dato, un piano passante per il centro (piano equatoriale) e un punto  $\gamma$  sull'equatore
- se ho un modo di rappresentare la normale alla superficie sferica a partire dal punto P

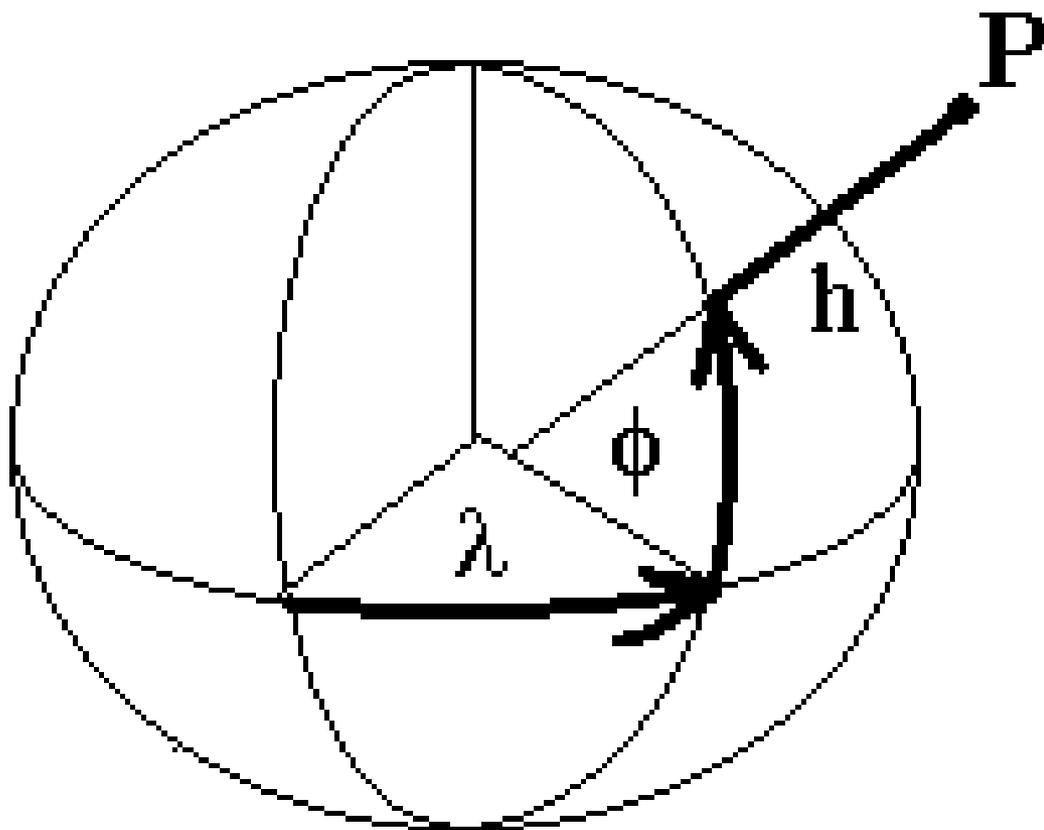
definisco un sistema di *coordinate sferiche*

## Esempio 3



se fisso un ellissoide di rotazione di forma data e un punto  $\gamma$  sull'equatore  
se ho un modo di rappresentare la normale all'ellissoide

definisco un sistema di *coordinate ellissoidiche*  $(\varphi, \lambda, h)$



Linee notevoli:

meridiani  $\lambda = \text{cost.}$

paralleli  $\phi = \text{cost.}$

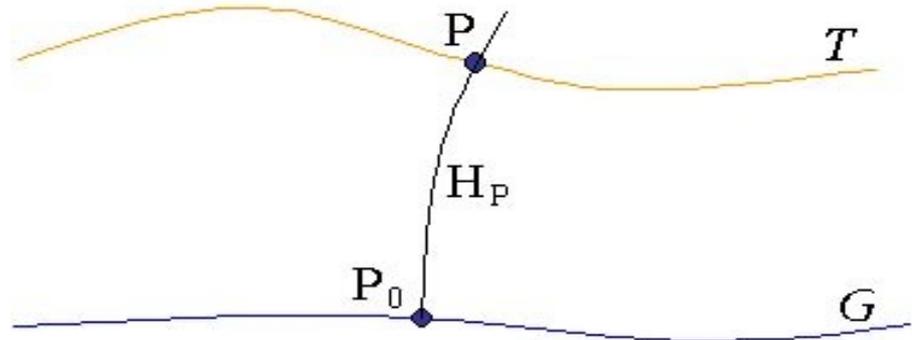
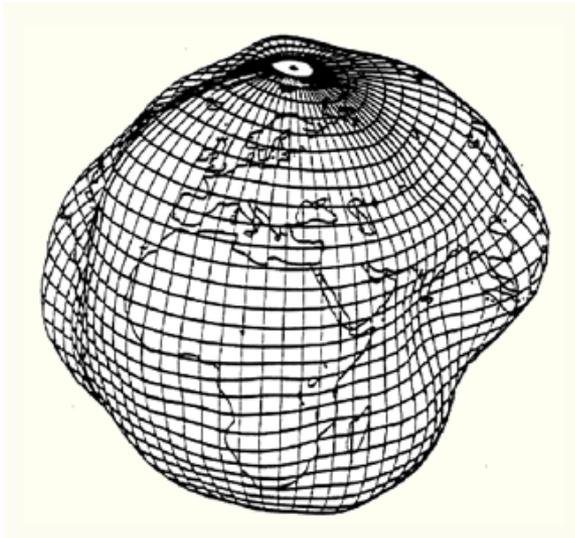
geodetiche: linee di minimo percorso tra 2 p.ti sull'ellissoide

di non semplice descrizione (generalmente linee gobbe, ossia che non appartengono ad un piano)

La coordinata di altezza comunemente impiegata è la cosiddetta **quota ortometrica  $H$** , definita come la "distanza" del punto  $P$  dal **geoide** (superficie di potenziale  $W_0$  costante passante per il livello medio del mare), misurata lungo la direzione della forza di gravità  $\underline{v}$ .

$H = \text{arco}(P_0P)$

lungo la verticale fino a  $G$



## Scale temporali

La stabilità della scala temporale legata al moto della Terra è ormai insufficiente per molte applicazioni, per cui:

Tempo Atomico Internazionale (IAT)

→ definito da un insieme di orologi atomici con origine convenzionale

GPS Time (GPST = IAT – 19 sec)

→ realizzazione dello IAT (origine = ore 0 del 6 gennaio 1980)

Differenza convenzionale tra fusi orari:

Tempo "solare" medio locale ITALIA =

tempo solare medio locale Greenwich (Greenwich Meridian Time)

+ 1 h (→ GPS)

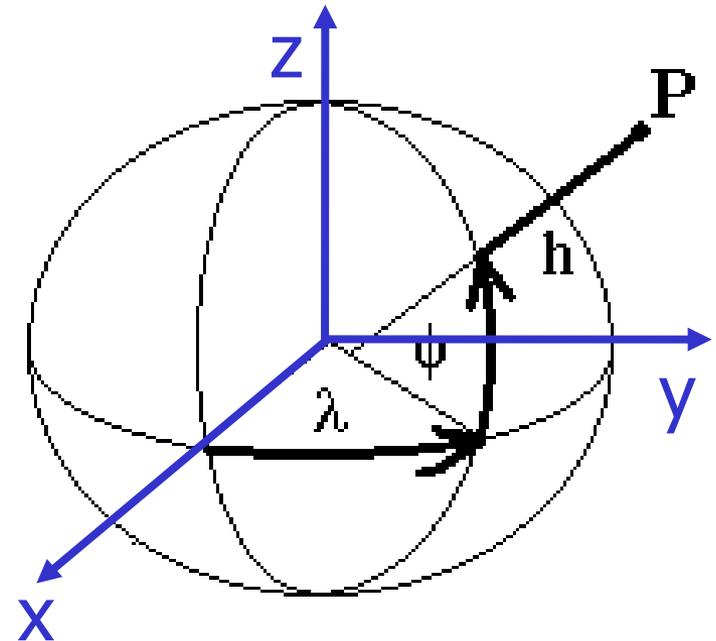
tempo "legale" ITALIA = GMT + 2 h (→ GPS)

Giorno solare medio più lungo del giorno siderale di 3m 55.91s

## Trasformazioni tra sistemi di coordinate

Ritornando agli esempi 1 e 3 -coordinate cartesiane ed ellissoidiche-, sarà comodo posizionare un punto attraverso le une o le altre, a seconda dei casi.

Poiché è possibile definire le trasformazioni tra i differenti sistemi di coordinate, dal punto di vista concettuale la scelta di uno o di un altro è principalmente legata a privilegiare quel sistema che garantisca una maggiore semplicità di calcolo.



$$(\phi, \lambda), h \longleftrightarrow (x, y, z)$$

Cambio di S.C.

Ovviamente le quantità legate in modo semplice a quelle cartesiane permettono una maggior facilità di calcolo geometrico, come ad es.:

determinare la distanza (3D) tra 2 punti

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

mentre sono meno adatte per la descrizione delle grandezze dipendenti dal campo gravitazionale, come ad es.:

determinare la distanza planimetrica tra 2 punti

Situazione opposta si ha per le coordinate intrinseche.

## Si affronteranno:

- coordinate cartesiane, ellissoidiche, altimetriche e temporali e trasformazioni tra sistemi di coordinate (cenni)

➔ - definizione e "realizzazione" dei sistemi di riferimento

- principali reti GNSS

- principali Sistemi di Riferimento

- cenno alle trasformazioni tra sistemi di riferimento



Ogni sistema di coordinate può essere legato alla realtà solo se si eseguono osservazioni che leghino fisicamente gli elementi caratteristici del sistema di coordinate con i punti oggetto di rilievo.

Ma quante sono le informazioni  
strettamente necessarie  
per fare ciò?

*Argomento articolato e complesso da un punto di vista teorico*

*→ importanza dei concetti*

*→ applicazioni e procedure pratiche in casi semplici:*

*2D (manualmente)*

*3D (ausilio di sw)*

Le informazioni strettamente necessarie per "legare" gli elementi caratteristici del sistema di coordinate adottato, ossia per poter attribuire i valori delle coordinate ai punti considerati, dipendono dalle misure effettuate tra i punti stessi della cosiddetta rete topografica o geodetica.

*"Rete topografica/geodetica" insieme di punti connessi tramite misure*

Gradi di libertà [g.l.] intesi dal punto di vista della Meccanica analitica:

un corpo nello spazio ha 6 g.l.

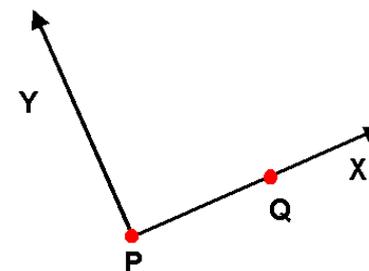
Esempi di vincoli "opportuni":

- Rete altimetrica    1 g.d.l.    bloccare 1 solo "parametro opportuno"  
→ quota di un punto o baricentro = cost
- Rete planimetrica    3 g.d.l.    bloccare 3 "parametri opportuni"  
→ es. 2 coordinate di un punto ed  
1 di un secondo p.to
- Rete spaziale    6 g.d.l.    bloccare 6 "parametri opportuni"  
→ es. 3 coordinate di due punti e  
la quota di un terzo p.to

Le regole attraverso le quali si sono dettate le condizioni per localizzare un sistema di coordinate nello spazio, forniscono la:

## **“definizione” del Sistema di Riferimento**

La “definizione” (a tavolino) di un S.R. occorre sia concretizzata.



### **Come?**

Similmente all'esempio 2D nel quale il S.C. poteva essere localizzato attraverso l'imposizione di alcune coordinate, così è possibile anche nel caso 3D concretizzare il Sistema di Riferimento fissando le coordinate di alcuni punti opportuni.

Si ottiene così la:

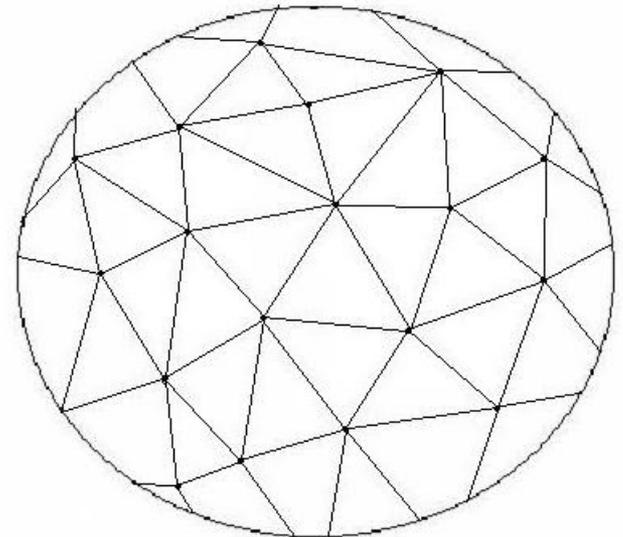
## **“realizzazione” del Sistema di Riferimento**

Grazie alla scelta di alcuni punti fisicamente identificati, alle loro coordinate e ad un numero minimo di osservazioni, è possibile determinare gli elementi caratterizzanti il S.R., ottenendone così il cosiddetto "orientamento".

La realizzazione dell'orientamento avviene in realtà introducendo un numero largamente ridondante di punti e di osservazioni geodetiche di vario tipo a livello sovra-continentale, distribuite sulla terra.

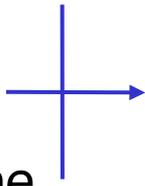
Le "regole" inizialmente adottate per la "definizione" del sistema di riferimento, sono state quindi attuate attraverso campagne di misura tra punti che lo concretizzano; si parla pertanto di "realizzazione" del sistema di riferimento.

Per questo motivo il termine "datum", rappresentante l'insieme di osservazioni o misure utili a realizzare un Sistema di Riferimento, è spesso utilizzato come sinonimo di una realizzazione di S.R.



## Realizzazioni differenti S.R. (che implicitamente lo definiscono):

osservazioni con differenti → reti  
→ strumentazioni  
→ periodi d'osservazione



≠ S.R. per  
≠ campagne oss.

L'unità di misura delle lunghezze, si blocca attraverso:

→ *un campione di unità di lunghezza*

oppure attraverso

→ *la misura di una "base" tra due punti*

Esempio: la cartografia nazionale "nasce" con 8 sotto-reti geodetiche dimensionate ciascuna a partire da una "base" misurata; ogni sotto rete definisce quindi un diverso S.R.

→ differenti S.R. per differenti campagne d'osservazione

**La Terra non è un corpo rigido, per cui le coordinate delle stazioni "permanenti" variano nel tempo:**



**ogni S.R. deve essere periodicamente "aggiornato"**

Per applicazioni di elevata precisione alle "etichette" delle coordinate vanno affiancate le velocità di spostamento del punto

Es.: movimenti delle placche tettoniche fino a 7cm/anno !

Generalmente le sigle dei sistemi di riferimento riportano l'etichetta relativa all'anno delle osservazioni

# Riassumendo

Scelta di un S.C.

- arbitrario
- convenzionale
- che abbia anche significato fisico (non solo geometrico)

Come riferire il S.C. alla Terra?

→ **Definizione di S.R.**

attraverso regole utili a definire univocamente la posizione di un punto nello spazio 3D (3 numeri) [semplice]

→ **Realizzazione del S.R.**

difficile applicazione di tali regole a causa delle dimensioni della Terra, quindi:

scelta di punti / materializzazione / etichette di coord.

**osservazioni geodetiche tra i punti** per

ricavare a posteriore i parametri del S.R.

quali origine e orientamenti



realizzazione (che implicitamente definisce) il S.R.

## Si affronteranno:

- coordinate cartesiane, ellissoidiche, altimetriche e temporali e trasformazioni tra sistemi di coordinate (cenni)
- definizione e "realizzazione" dei sistemi di riferimento
- ➔ - principali reti GNSS
- principali Sistemi di Riferimento
- cenno alle trasformazioni tra sistemi di riferimento



**Le reti sono il punto di “contatto” tra il S.R. e l’utente  
permettendo la “realizzazione” del S.R.**

Si passa da punti fisici (marker)  
a punti “elettronici” (centri di fase delle antenne GPS)

## Reti GNSS

L'avvento della tecnologia satellitare permette la connessione di punti tra loro non intervisibili, anche notevolmente distanti.

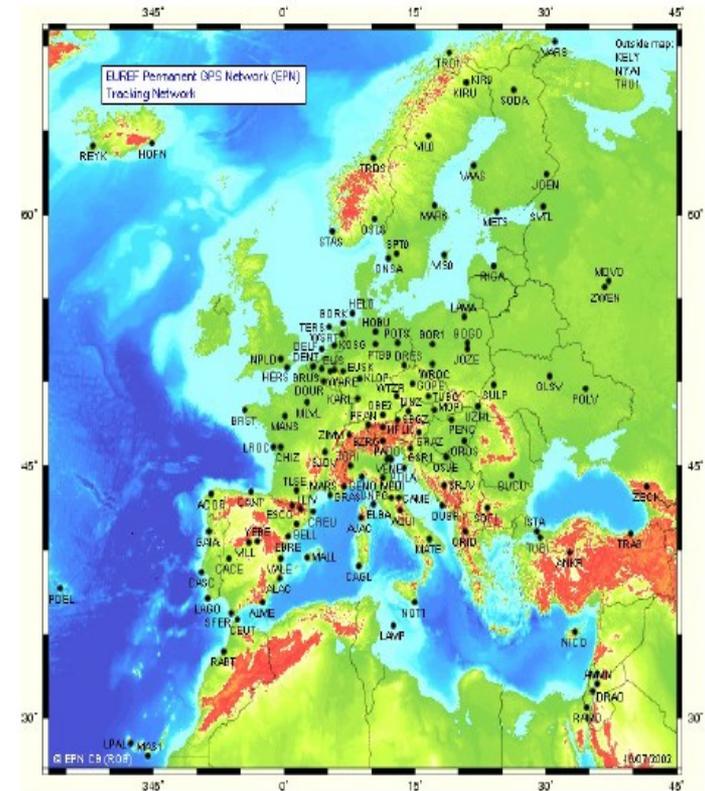
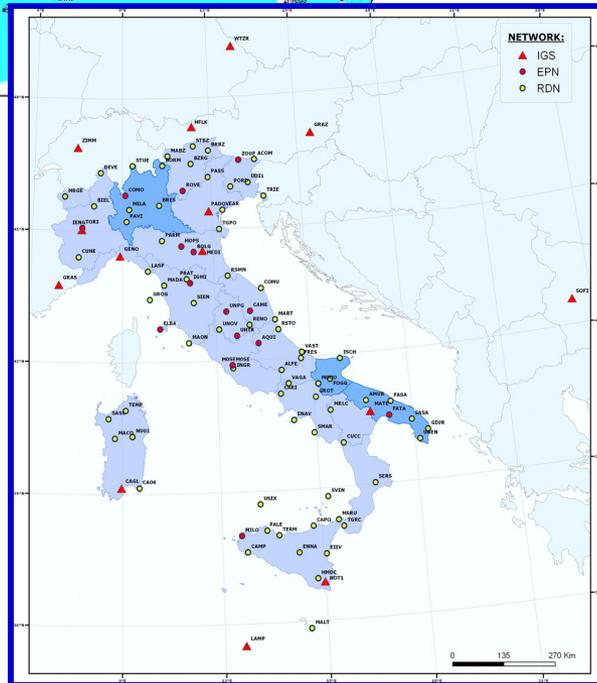
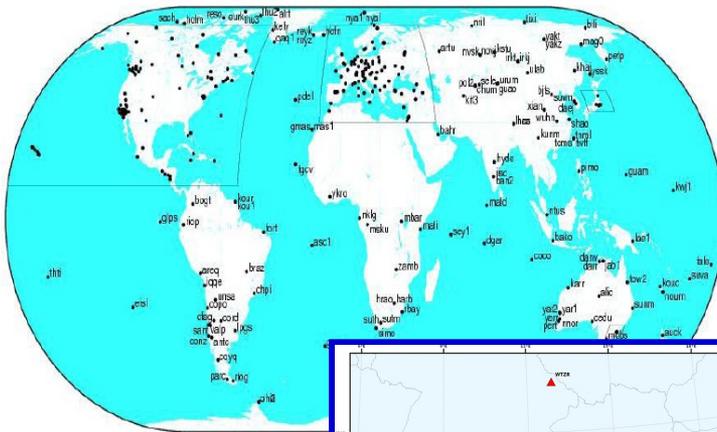
I vertici delle reti possono pertanto essere materializzati nei siti di maggiore interesse, rilevati attraverso campagne di misura con precisioni centimetriche.

Le reti GNSS sono la realizzazione 3D (plano-altimetrica) del S.R. in riferimento all'ellissoide di rotazione adottato.

**N.B.:** la realizzazione altimetrica è slegata dal campo di gravità.

# Reti su scala globale (IGS), continentale (EUREF), nazionale (RDN) necessarie per:

- il mantenimento del sistema di riferimento
- lo studio della geodinamica
- la definizione di standard per la realizzazione di reti di SP



offrono servizi globali e non locali

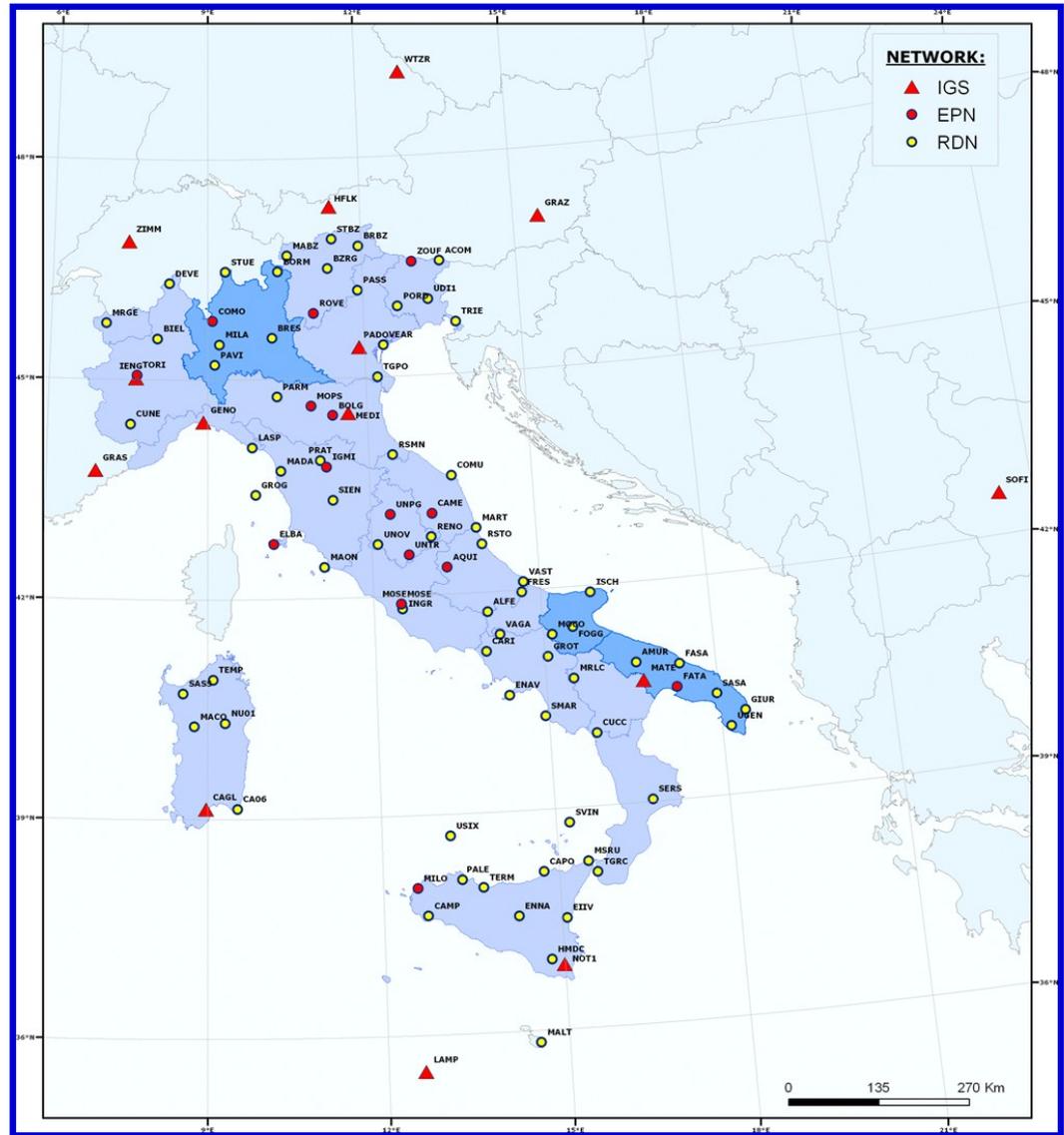
# La nuova rete IGM: RDN (Rete Dinamica Nazionale)

99 stazioni  
di cui 13 stazioni IGS

monumentate  
permanentemente,

ma non connesse  
permanentemente;

Rete permanente nazionale  
di ordine 0  
a partire dal 1 gennaio 2009



## Si affronteranno:

- coordinate cartesiane, ellissoidiche, altimetriche e temporali e trasformazioni tra sistemi di coordinate (cenni)
- definizione e "realizzazione" dei sistemi di riferimento
- principali reti GNSS
- ➔ - principali Sistemi di Riferimento
- cenno alle trasformazioni tra sistemi di riferimento



# World Geodetic System 84 (WGS84)

Ellissoide (WGS84)

parametri geometrici:

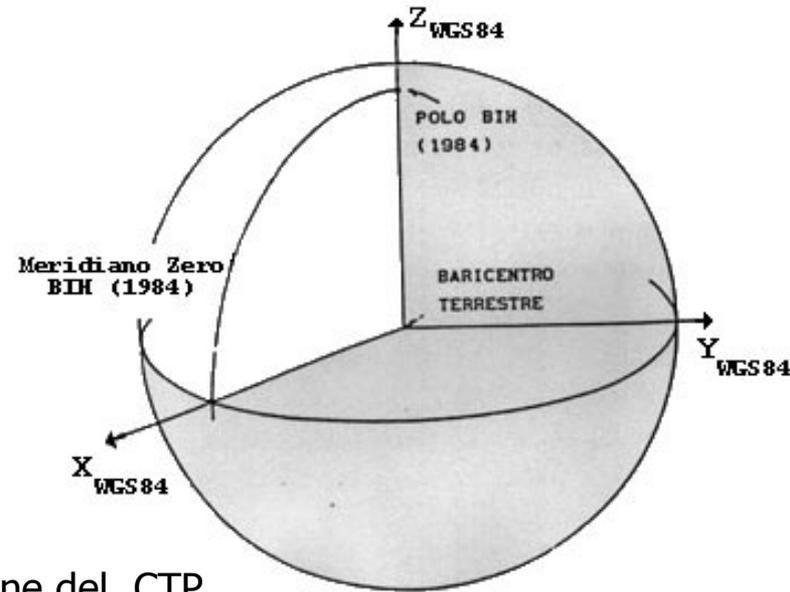
- semiasse equatoriale  
 $a = 6\,378\,137 \pm 2 \text{ m}$
- flattening =  $(a - b) / a$   
 $f = 1 / 298.257\,223\,563$   
(b semiasse polare)  
[ $e^2 = 1 - (1 - f^2)$ ]

Orientamento geocentrico:

Asse Z per il baricentro terrestre e parallelo alla direzione del CTP definito dal BIH per l'epoca 1984

Asse X intersezione del piano meridiano di riferimento, definito dal BIH-1984, e dal piano equatoriale ortogonale a Z

Asse Y completa una terna ortogonale destrorsa



E' formalmente definito come ITRS,

ma è realizzato mediante una rete di stazioni di controllo del NIMA.

Negli ultimi 40 anni anche le realizzazioni del WGS84 si sono evolute in funzione dei dati e delle informazioni disponibili; attualmente siamo alla realizzazione WGS84(G1150).

Il WGS84 è realizzato con minore precisione dell'ITRF:

la coerenza fra i 2 SR è di alcuni centimetri.

E' comunque un SR fondamentale, perché è il SR in cui vengono calcolate e fornite all'utenza le orbite dei satelliti GPS.

## ITRFxx

### realizzazione all'anno xx del ITRS

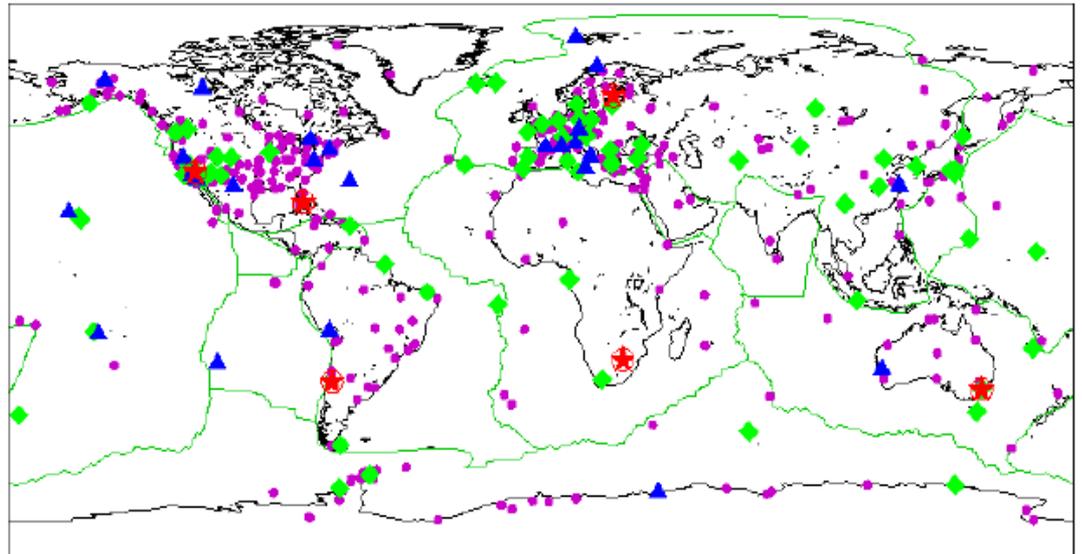
ITRFxx (IERS Terrestrial Reference Frame xx)

È sviluppato dallo IERS (International Earth Rotation Service), tiene conto delle coordinate e delle velocità dei vertici delle reti mondiali VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging), LLR (Lunar Laser Ranging), DORIS (Doppler orbitography and radiopositioning integrated by satellite) e GPS all'anno xx

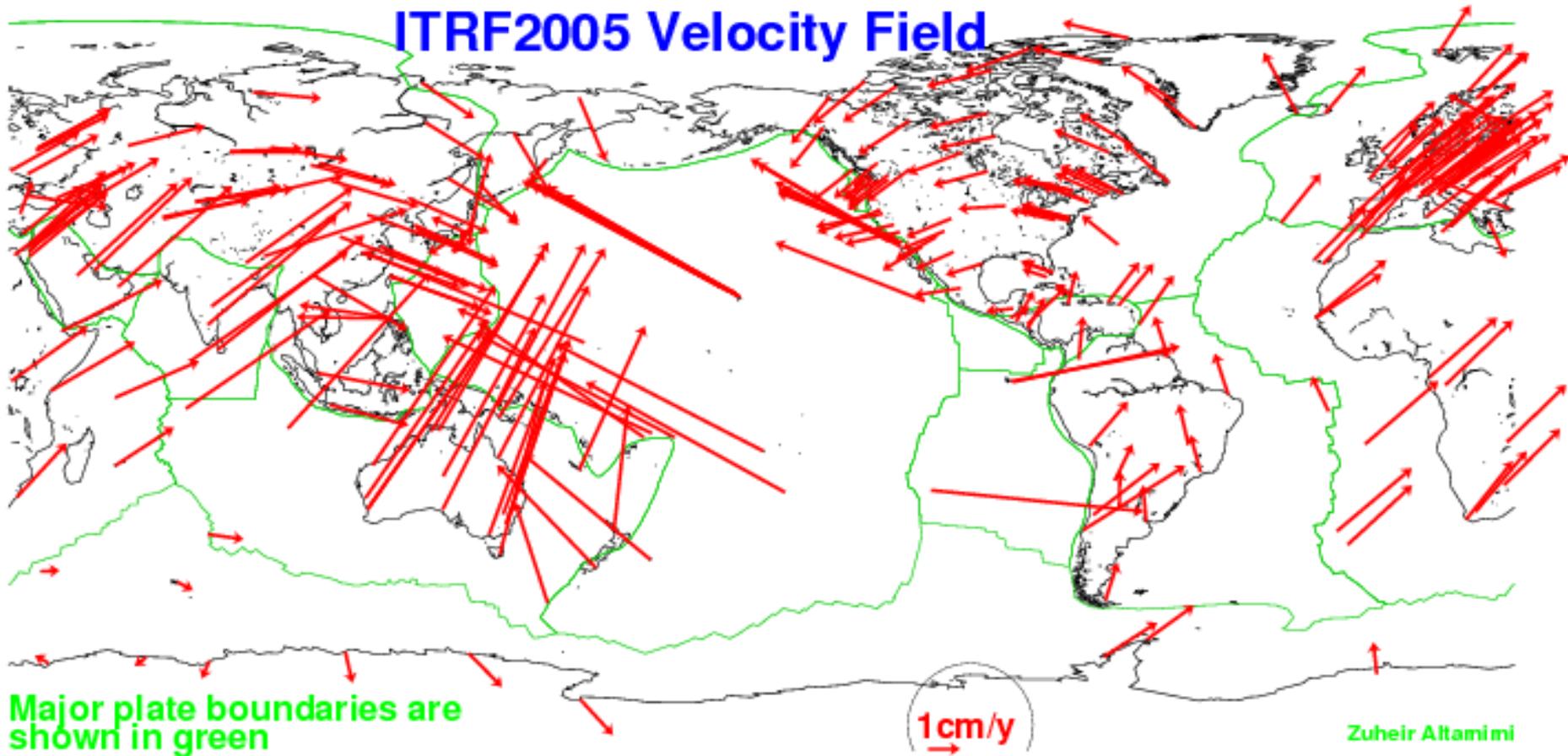
ITRF89, ..., ITRF97, ITRF2000.

Una realizzazione di ITRS (ITRF) consiste nel catalogo delle coordinate delle Stazioni Permanenti che hanno contribuito alla soluzione

Nell'immagine, le SP utilizzate nella soluzione ITRF2000



## ITRF2005 Velocity Field



Movimenti delle placche tettoniche fino a 7cm/anno!

## IGSxx → IGS05

Realizzazione GPS dell'ITRS, curata da IGS (International GNSS Service, <http://igscb.jpl.nasa.gov>) per migliorare la consistenza interna non garantita da ITRFxx [in quanto integrazione di diverse misure (VLBI, LLR, SLR, GPS e DORIS)]

- di precisione non paragonabile all'ITRF, ma introdotto come supporto alle sole misure GPS, in quanto intrinsecamente più coerente
- si basa su rete di stazioni permanenti GPS "di qualità", selezionate da IGS

## **ETRF89, ETRF2000, (ETRF2005)** **realizzazioni europee dell'ITRF**

Viene così definito il **SR Europeo ETRS89**

di cui esistono diverse realizzazioni:

- la prima è ETRF89

N.B.: ETRF89 è un raffittimento europeo di ITRF89

N.B.: IGM95 è una rete che "materializza" a livello nazionale l'inquadramento di ETRF89; le coordinate dei vertici IGM95 sono perciò nel Sistema di Riferimento ETRF89

## **Da ETRF89-IGM95 . . .**

Geodinamica media italiana dal 1989 ad oggi:

traslazioni planimetriche di circa 40 cm rispetto a ITRS + cedimenti locali ...

Si è resa necessaria la transizione dalla realizzazione statica ETRF89-IGM95 a una rete continuamente monitorata, ossia a una rete permanente nazionale chiamata di ordine zero.

## **. . . al sistema di riferimento ufficiale italiano: ETRF2000-2008.0 materializzato dalla RDN**

ETRF2000-2008.0 ossia ETRF2000 al 01.01.2008 è il S.R. ufficiale nazionale a partire dal 1 gennaio 2009.

Tutte le coordinate (incluso ad es. vertici IGM95) sono da trasformarsi in tale sistema.

Perché ETRFxx? Perché si lega alle traslazioni della placca, evitando frequentissimi aggiornamenti delle coord. a fini monografici/cartografici

## **RIEPILOGO dei principali SR geocentrici e loro realizzazioni**

**ITRFxx:** non garantisce massima coerenza con i prodotti IGS utilizzati per la compensazione, fornisce coordinate e velocità riferite all'anno xx e propagate linearmente

**IGSxx:** garantisce auto-consistenza per l'impiego di elevata precisione GPS con soluzioni a lungo termine o serie settimanali di coordinate

**ETRF2000:** è una realizzazione statica di ITRF, solidale al moto medio della placca europea (quindi non consistente con prodotti IGS)

La prima realizzazione è stata ETRF89

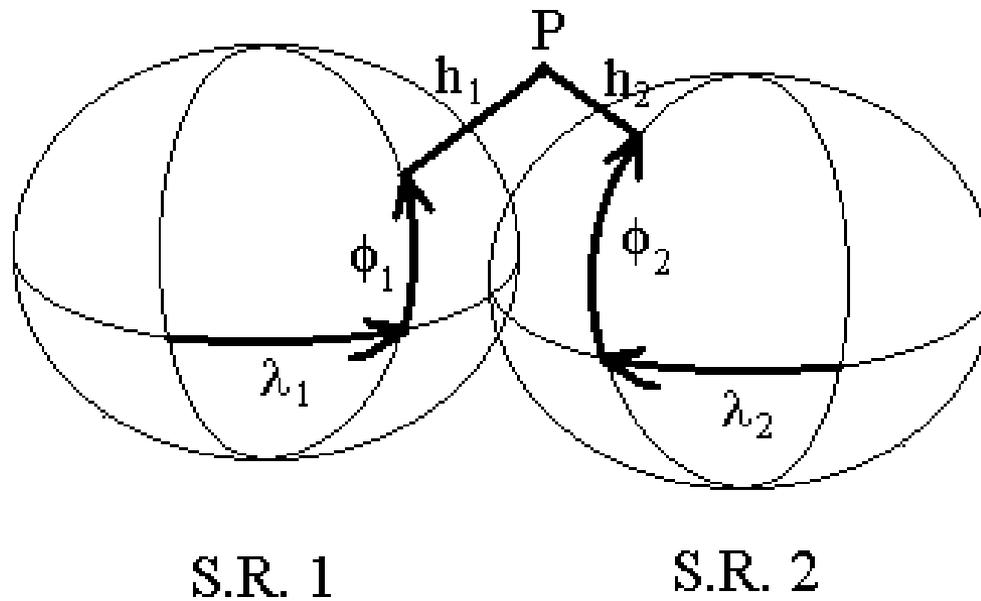
L'Italia dal 01.01.2009 ha S.R. → ETRF2000 epoca 2008.0

## Si affronteranno:

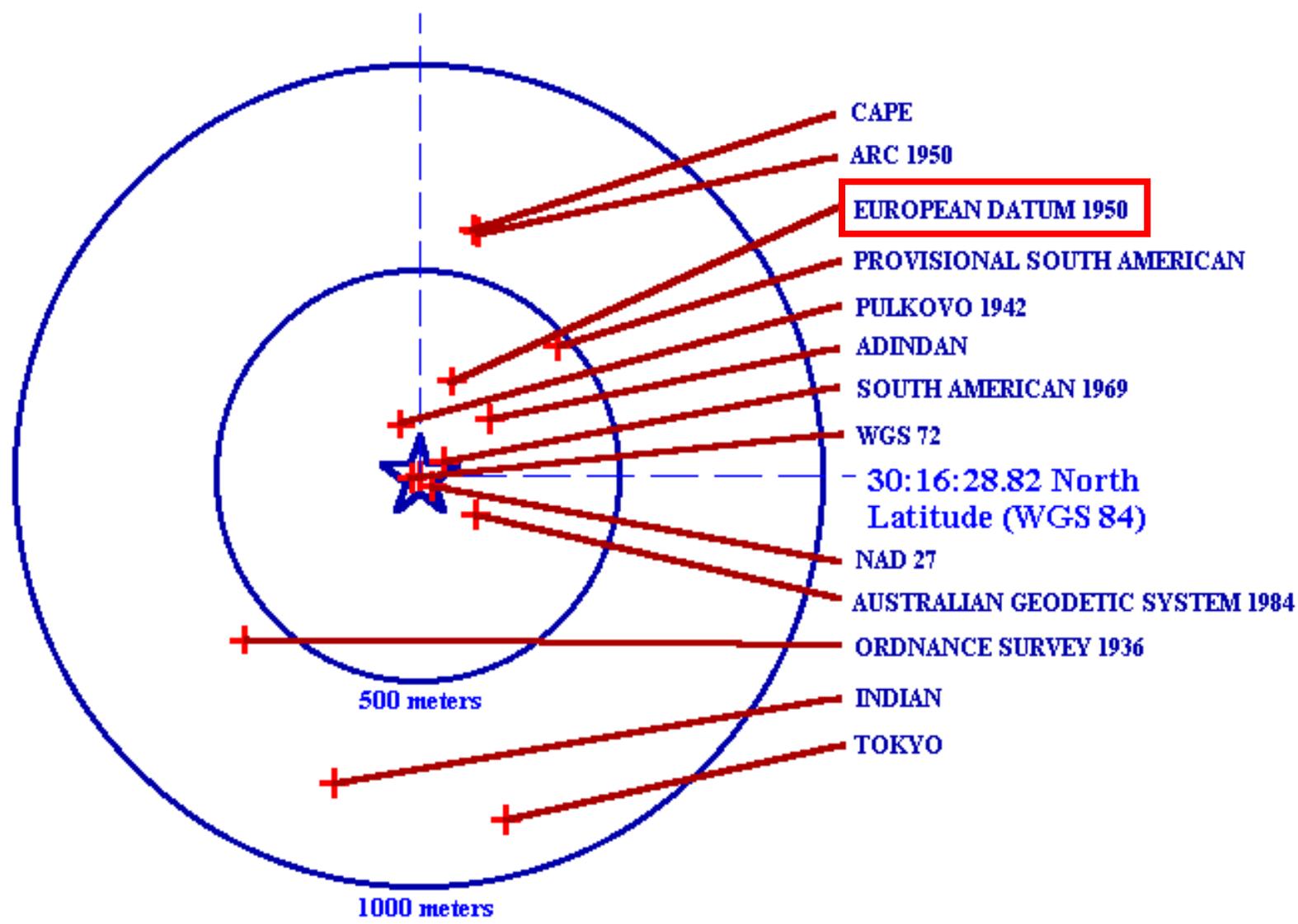
- coordinate cartesiane, ellissoidiche, altimetriche e temporali e trasformazioni tra sistemi di coordinate (cenni)
- definizione e "realizzazione" dei sistemi di riferimento
- principali reti GNSS
- principali Sistemi di Riferimento
- ➔ - cenno alle trasformazioni tra sistemi di riferimento



**Un punto P**  
**“posizionato” secondo diversi S.R.**  
**avrà differenti coordinate**



97:44:25.19 West  
Longitude (WGS 84)



# Position Shifts from Datum Differences

Texas Capitol Dome Horizontal Benchmark

## Differenze tra S.R.:

- dimensioni ellissoidi di rotazione
- orientamento (localizzazione spaziale)

## Trasformazione tra S.R.:

la trasformazione dovrà "accoppiare" le proiezioni dei punti dei 2 differenti S.R.

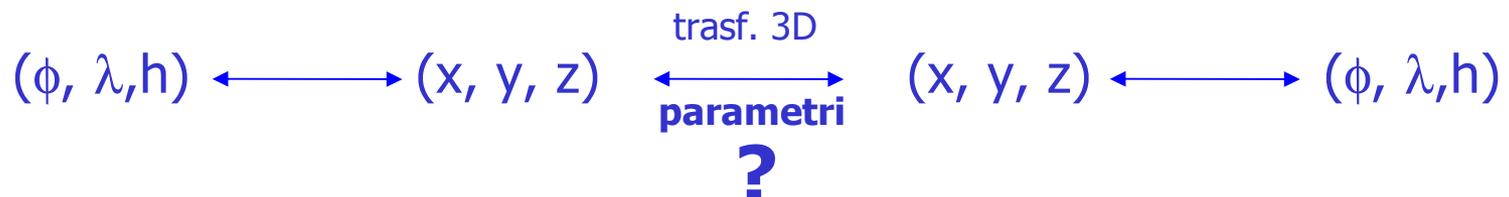
Esempio: → ellissoidi di pari dimensioni

→ realizzazioni "perfette" (prive di distorsioni)

la trasformazione che "mappa" due corpi (rigidi e di pari forma) nello spazio, è descrivibile da una:

roto-traslazione 3D

**La trasformazione è semplice solo in coordinate cartesiane**

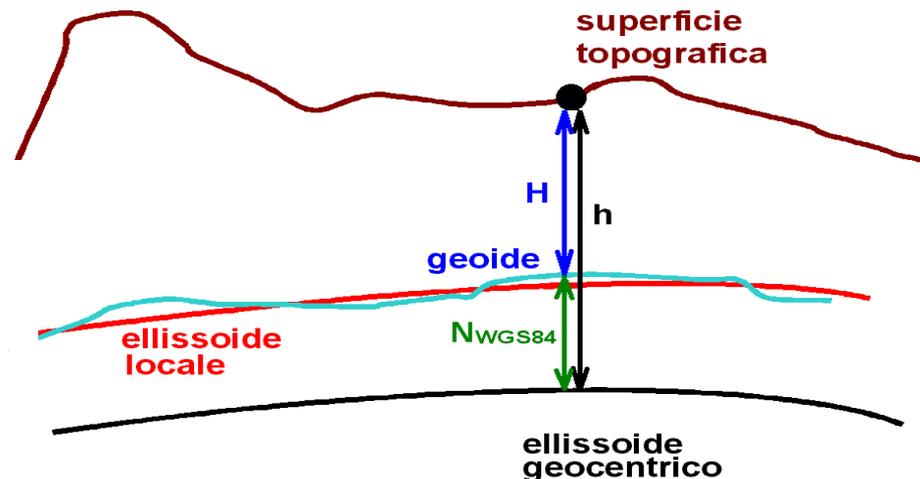


## Osservazione:

in generale la trasformazione è 3D ma l'informazione altimetrica finale proviene dalla conoscenza delle ondulazioni del geoide:



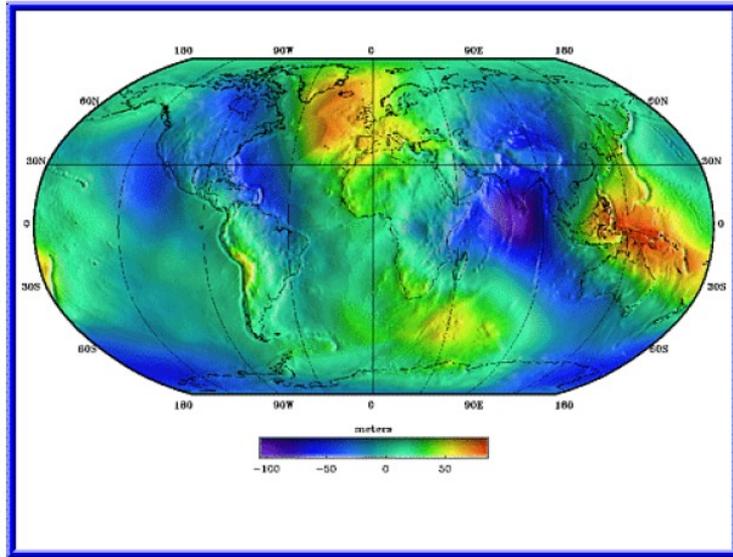
Il GPS ha reso disponibili le osservazioni delle "altezze ellissoidiche" (quantità prettamente geometriche) che, con le ondulazioni del geoide, forniscono H:



Nitalgeo05 [IGM (IGeS)]

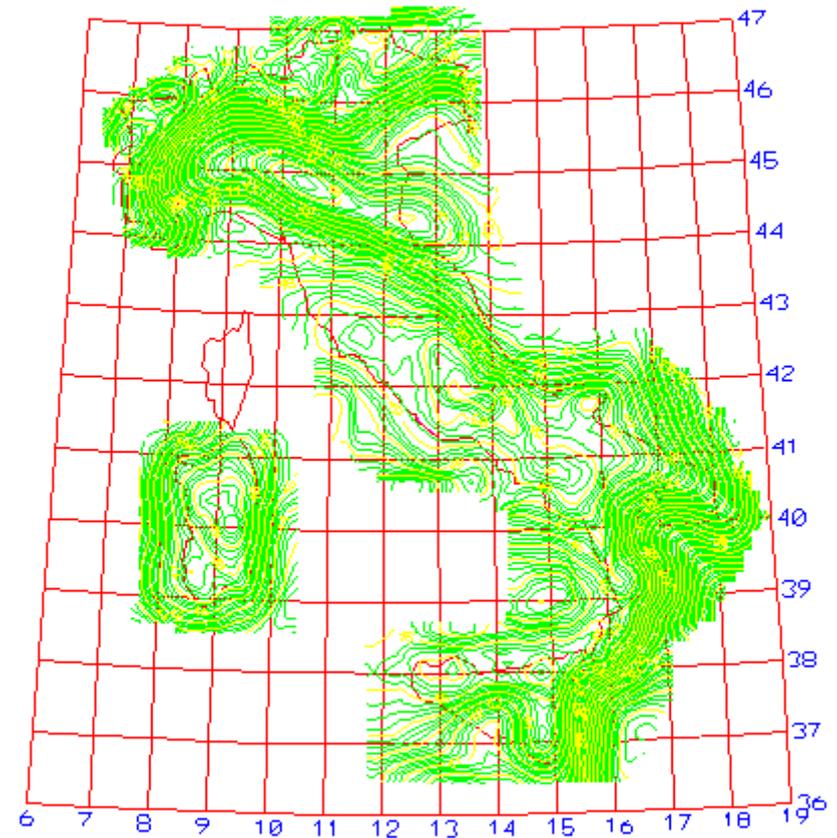
- H → quota ortometrica legata al campo di gravità perché distanza (lungo la verticale-filo a piombo) dal p.to P alla sup. equipotenziale di riferimento (es. th. Bernoulli)
- h → quota ellissoidica che rappresenta la distanza (lungo la normale all'ellissoide) dal p.to P alla sup. ellissoidica (di riferimento)
- N → MAI trascurabile  $\pm 100$  m !!!  
(es. in Italia assume valori tra +35 m e +55 m con variazioni anche di 60-80 cm in soli 7 km in pianura padana !)
- "ondulazioni del geoide" stimate per punti a partire da campagne di misure di gravità (IGeS → oggi Italgeo05 → IGM)

# Modelli di ondulazione del geode



Ondulazione del geode secondo il modello globale EGM96, dal sito:  
<http://cddisa.gsfc.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>

L'ondulazione del Geode in Italia  
(unita' in metri)



Proiezione di Gauss  
scala media 1:2500000

# Verto3k – IGM

[www.igmi.org](http://www.igmi.org) → Servizio Geodetico → Sw Geodetico

Software e relativi set di parametri per le trasformazioni 3D utili a:

- trasf. planimetrica tra ETRFxx, Roma40,ED50
- trasf. altimetrica con "griglie" di ondulazioni geoidi ITALGEO2005 per le trasformazioni del datum altimetrico tra WGS84 e stima del geoidi italiano ( $\pm 0.04$  m)

Conversioni ufficiali

The screenshot shows the Verto2 software interface, version 1.4, developed by the Istituto Geografico Militare in August 2003. The interface is divided into several sections:

- Header:** Verto2 logo and version information.
- Work Area (Zona di lavoro):** Shows a file explorer with 'Dati' selected, containing files 228.gr1, 229.gr1, 245.gr1, and 246.gr1. Below it, a map shows a rectangular work area with dimensions 1 442 km by 1 476 km, and a note about approximate limits.
- System Parameters:** Two columns labeled 'Dal Sistema' and 'Al Sistema'. Both have 'ROMA40 (Gauss-Boaga)' selected. A red arrow points from 'Dal Sistema' to 'Al Sistema'. Below these are buttons for 'Da quote geoidiche' and 'A quote ellissoidiche', and a 'Trasforma le quote' button.
- Input/Output:** Buttons for 'Da tastiera' and 'Da file'.
- Input/Output da tastiera:** Section for 'Input Gauss-Boaga' with radio buttons for 'Geografiche' and 'Piane' (selected). It includes input fields for N (4 900 018,440), E (1 450 026,668), and H.
- Output UTM(WGS84):** Section with radio buttons for 'Geografiche' and 'Piane' (selected). It includes input fields for N (4 900 000,000), E (450 000,000), and h, along with a 'Fuso' field set to 32.
- Bottom Right:** A red-bordered box containing a red arrow pointing right labeled 'ESEGUI' and a green arrow pointing down labeled 'ESCI'.
- Footer:** IGM - Servizio Geodetico - Renzo Maseroli



# Conversione Sistemi

<p>Dal Sistema</p> <p>ETRF89</p> <p>Coordinate</p> <p>Geografiche</p> <p>Proiezione</p>		<p>Al Sistema</p> <p>ROMA40</p> <p>Coordinate</p> <p>Geografiche</p> <p>Proiezione</p>	
<p>Da quote ellissoidiche</p>			<p>A quote geoidiche</p>

Trasforma le quote

Input/Output

Da tastiera      Da file

<p>Input/Output da tastiera</p> <p>Input ETRF89</p> <p><math>\varphi =</math> 46° 00' 00.0000"</p> <p><math>\lambda =</math> 11° 20' 00.0000"</p> <p>h = 100.000</p>	<p>Output ROMA40</p> <p><math>\varphi =</math> 45° 59' 57.5986"</p> <p><math>\lambda =</math> -1° 07' 07.5324"</p> <p>H = 50.258</p>
--	--

Zona di lavoro

c: [HDD]

C:\

- 19\_k Programmi
- TRAHISK
- griglie k

61.GK2

Foglio al 50.000 : 61

Long. da Roma      -1° 11'      **fuso**      -0° 45'

Long. da Greenwich      11° 16'      32      11° 42'

Limiti approssimativi della zona in cui è possibile operare

46° 14'

45° 56'

Griglia	Griglia	Griglia	Griglia
ROMA40-ED50	ROMA40-ETRF89	ETRF89-ETRF2000	Griglia
2002	2002	2008	Ocoide
			2005

Esegui

Esci